

Induktion - Tipps

Aktualisiert: 8. November 2018

vers. 2.0.0

1 Aufgaben

Einstieg

1.1 -

1.2 Zeichne eine Diagonale ein und betrachte die zwei verschiedenen Polygone, die dabei entstehen.

1.3 -

1.4 Ab wann stimmt die Ungleichung nicht mehr? Wie kommt man von $n!$ auf $(n + 1)!$ und wie von 3^n auf 3^{n+1} ?

1.5 Nimm die Ungleichung für n , addiere auf beiden Seiten $\frac{1}{(n+1)^2}$ und forme die rechte Seite zu einem Bruch um. Kann man in diesem Bruch etwas weglassen, so dass die Ungleichung richtig bleibt, aber einfacher wird?

1.6 Versuche, den Term für $n + 1$ als Summe von Termen, die durch 47 teilbar sind, darzustellen.

Fortgeschritten

1.7 Verwende starke Induktion und betrachte die beiden Fälle n gerade / ungerade.

1.8 Finde eine Gleichung, die aus einer dieser Zahlen die nächste berechnet.

1.9 Betrachte die $(n + 1)$ -te Gerade. Wie viele Schnittpunkte gibt es insgesamt? Was bedeutet das für die Anzahl neuer Gebiete, die entstehen?

1.10 Betrachte den höchsten Klotz. Wo darf man ihn hinstellen?

1.11 Statt einen neuen Punkt hinzuzufügen, nimm einen Punkt weg, so dass möglichst wenige Verbindungen wegfallen.

- 1.12 Betrachte zwei Fälle. Was passiert, wenn das letzte Element in der Teilmenge ist, was wenn nicht? Falls du keine Formel dafür findest, ist das nicht schlimm. Suche einmal nach "Fibonacci".
- 1.13 Ganz klassisch: Betrachte eine zusätzliche Person am Rand.
- 1.14 Betrachte das grösste Buch. Was muss man tun, um dieses auf Platte 3 legen zu können? Wie viele Züge muss man dafür aufwenden? Finde eine Formel und beweise sie.

Olympiade

- 1.15 Versuche, aus einer gültige Zerlegung eine Zerlegung in mehr Quadrate zu generieren. Genügt es, einen Basisfall zu betrachten?
- 1.16 Betrachte auf dem $2^{n+1} \times 2^{n+1}$ -Brett den Viertel mit dem fehlenden Feld. Kann man geschickt ein L-Triomino platzieren, sodass man auch für die restlichen drei Viertel die Induktionsannahme verwenden kann?
- 1.17 Statt ein Auto hinzuzufügen, entferne ein Auto und teile sein Benzin geschickt einem anderen Auto zu. Was können wir nun anhand der Situation mit n Autos über die Situation mit $n + 1$ Autos schliessen?
- 1.18 Finde zuerst Bobs Strategie und das entstehende Muster. Wie kann das Muster nun bewiesen werden?