



Sélection d'exercices d'OSM

Important: La théorie nécessaire pour résoudre les exercices suivants fait partie de la matière enseignée lors de nos rencontres. Il n'est donc *pas* nécessaire que tu sois capable de les résoudre pour pouvoir t'inscrire à l'OSM.

1. Dans une pièce il y a six personnes. Deux personnes sont toujours amis ou ennemis. Montrer que l'on peut toujours en choisir trois parmi les six tels qu'ils sont tous amis ou tous ennemis entre eux.
2. Trois cercles k_1, k_2, k_3 de rayon égal se coupent non-tangentiellement en un point P . Soient A et B les centres de k_1 et k_2 . Soit D , respectivement C le point d'intersection de k_3 avec k_1 , respectivement k_2 , les deux différents de P . Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Un tournoi de tennis a eu au moins trois participants. Lors du tournoi, chaque deux joueurs ont joué exactement une fois l'un contre l'autre et chaque joueur a gagné au moins un match. Montrer qu'il existe trois joueurs A, B, C tels que A a battu B , B a battu C et C a battu A .
4. Soient a, b, c des nombres naturels tels que a divise b^2 , b divise c^2 et c divise a^2 . Montrer que abc divise
$$a^7 + b^7 + c^7.$$
5. On couvre un carré 6×6 par 18 dominos sans imbrications et sans dépasser les bords. Montrer qu'il existe toujours une droite qui coupe le carré en deux parties mais qui ne divise aucun des dominos.

Les solutions des exercices ci-dessus se trouvent dans sur le site www.imosuisse.ch.

6. (Exercice du mois - Septembre) Ariana et Berta jouent au jeu suivant:

Il y a 22 cartes, numérotées de 1 à 22. Ariana commence, elle choisit une carte et la pose sur la table. Berta pose une des cartes restantes à droite de la carte d'Ariana, de telle sorte que la somme des deux nombres sur la carte est un carré. Ariana pose une des cartes restantes à droite, de sorte que la somme des deux derniers nombres posés est à nouveau un carré et ainsi de suite. Le jeu se termine quand toutes les cartes sont posées ou quand il n'est plus possible de poser une carte sur la table. La personne qui a posée une carte en dernière gagne alors la partie.

Existe-t-il une stratégie gagnante pour Ariana?

En résolvant l'exercice du mois, tu peux gagner un bon cadeau (les solutions sont à envoyer avant la fin du mois à dima@imosuisse.ch). Pour plus d'infos, voir